



AZƏRBAYCAN ELM FONDU

Azərbaycan Elm Fondunun
2022-ci il üçün ƏSAS qrant müsabiqəsinin
(AEF-MCG-2022-1(42)) qalibi olmuş
layihənin yerinə yetirilməsi üzrə aralıq
(rüblük olaraq 3-cü mərhələ)

ELMİ-TEXNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Dəyişən kütləli kvant dinamik sistemləri ilə təsvir olunan nanostrukturaların və mikroiqtsadi hadisələrin tədqiqi**

Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Cəfərov Elçin İman oğlu**

Qrantın məbləği: **120 000**

Layihənin nömrəsi: **AEF-MCG-2022-1(42)-12/01/1-M-01**

Müqavilənin imzalanma tarixi: **03 aprel 2023-cü il**

Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **12 ay**

Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 may 2023-cü il - 01 may 2024-cü il**

Layihənin III mərhələ üzrə (rüb) məbləği:

Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

1 Layihənin həyata keçirilməsi üzrə cari rübdə yerinə yetirilmiş **elmi işlər**

Biz, bu mərhələdə tamamilə yeni tip məsələlərin müzakirəsinə başlamışıq ki, bu məsələlər də daha əvvəl layihə təqdim edilərkən oradakı mərhələlərdə nəzərə alınmışdı və bilavasitə bərk cisim fizikası ilə bağlıdır. Məlumdur ki, bərk cisimlərin quruluşunda spin-orbital qarşılıqlı təsir çox mühüm rol oynayır ki, bu qarşılıqlı təsir də konkret kvant strukturuna elə daxil edilir ki, həcmi kristallarda impulsa görə spin cırlaşmaları aradan qalxır. Bu zaman ən maraqlı hadisə ondan ibarətdir ki, nəzəri olaraq tərkibində spin-orbital qarşılıqlı təsir olan Hamilton operatoru üçün dəqiq həllər ala bilərsək, bu olduqca maraqlı və cəlbedici bir nəticə sayılır ki, daha sonra da bu tip nəticənin müxtəlif sahələrdə tətbiq perspektivi genişlənir.

Biz də qərara gəldik ki, belə şəkildə iki tip spin-orbital qarşılıqlı təsirinə baxaq və onları Hamilton operatoruna daxil edərək müəyyən hesablamalar aparaq. İlk olaraq, biz daha mürəkkəb bir məsələyə baxdıq – yəni, Hamilton operatoruna daxil olan sabit effektiv kütləni koordinatdan asılı effektiv kütləyə çevirdik. Aydındır ki, bu halda məsləmiz olduqca mürəkkəbləşir. Lakin, sabit hala approksimasiya edilmiş kütlədən alınan nəticə ilə onun ümumiləşməsi olan koordinatdan asılı effektiv kütlədən alınan həll arasında çox kəskin bir fərq var, və ikincidən alınması mümkün olan həll arasında olduqca böyük fərq var və bu fərq imkan verir ki, hazırda dəqiq həllin əldə edilməsi bir çox yeni fizika hadisələrini özünəməxsus şəkildə izah edə bilsin.

Bununla bağlı olaraq, biz əvvəlcə ən sadə halda Hamilton operatoruna $\frac{1}{\sqrt{m(r)}}\hat{p}_x\frac{1}{\sqrt{m(r)}}$ yeni impuls operatoru daxil etdik və kinetik enerjini dəyişdik. Daha sonra isə, eyni operatoru Raşba Hamilton operatoru kimi məlum olan aşağıdakı operatora daxil etdik:

$$\hat{H}_R = \alpha_R \left(\frac{1}{\sqrt{m(r)}}\hat{p}_x\frac{1}{\sqrt{m(r)}}\sigma_y - \frac{1}{\sqrt{m(r)}}\hat{p}_y\frac{1}{\sqrt{m(r)}}\sigma_x \right).$$

Faktiki olaraq bu ifadə o deməkdir ki, α_R – yəni Raşba sabiti özü effektiv kütlə vasitəsilə zəif şəkildə koordinatdan asılı olaraq dəyişir. Yəni,

$$\hat{H}_R = \frac{\alpha_R}{\sqrt{m(r)}} \left(\hat{p}_x\frac{1}{\sqrt{m(r)}}\sigma_y - \hat{p}_y\frac{1}{\sqrt{m(r)}}\sigma_x \right).$$

Növbəti etap kimi, eyni hesablamaları Dresselhaus effekti üçün də etmişik. Yəni, kütləsi koordinatdan asılı olan fiziki sistemdə Dresselhaus effekti özünü aşağıdakı Dresselhaus Hamilton operatoru vasitəsilə büruzə verir:

$$\hat{H}_D = \alpha_D \left(\frac{1}{\sqrt{m(r)}}\hat{p}_x\frac{1}{\sqrt{m(r)}}\sigma_x - \frac{1}{\sqrt{m(r)}}\hat{p}_y\frac{1}{\sqrt{m(r)}}\sigma_y \right).$$

Bu Hamilton operatoru daha kompakt şəkildə aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\hat{H}_D = \frac{\alpha_D}{\sqrt{m(r)}} \left(\hat{p}_x\frac{1}{\sqrt{m(r)}}\sigma_x - \hat{p}_y\frac{1}{\sqrt{m(r)}}\sigma_y \right).$$

Bu məsələləri dəqiq həll etməklə hal-hazırda məşğuluq. Hesab edirik ki, yaxın zamanda yuxarıda qeyd etdiyimiz koordinatdan asılı kütlə konseptinə malik spin-orbital qarşılıqlı təsiri ilə bağlı maraqlı nəticələr əldə edəcəyik və daha sonra həm Raşba, həm də Dresselhaus əmsallarının koordinatdan asılı daha mürəkkəb versiyalarını da tədqiq edəcəyik.

Bundan başqa, biz kvant harmonik ossilyatorunun yarımkonfaynment modelinin bütün xassələrini tam tədqiq edib bitirmişik və bununla bağlı məqalələrimiz də bu mərhələdə artıq çapdan çıxıb və çapa qəbul edilib.

Eyni zamanda, bu mərhələdə Oto potensialının relyativistik üçölçülü kvant sistemlərinə tətbiq edilməsi ilə dəqiq həllərin alınması ilə bağlı yeni məsələlərin tədqiqinə başlamışıq. Bununla bağlı olaraq, qeyd etmək istəyirik ki, relyativistik kvant sistemləri özləri çox maraqlı tədqiqat obyektləridirlər. Adətən, kvant mexanikası sürəti işıq sürətindən çox çox kiçik olan fiziki sistemlər üçün qeyri-relyativistik hala elə approksimasiya edilir ki, bu fiziki sistemi ifadə edə bilən hal tənlikləri sadələşir və ikinci tərtib diferensial tənlik olan Şredinger tənliyinə çevrilir. Bu Şredinger tənliyi isə bir çox qarşılıqlı təsir potensialları üçün bir, iki və üç-ölçülü hallarda dəqiq həll edilə bilər ki, bu həlləri tapan zaman da biz diferensial tənliklər üçün riyaziyyatın məlum nailiyyətlərindən istifadə edirik. Relyativistik mexanikanın kvant analoqu isə sərbəst kütlə və enerji arasında məlum relyativistik dispersiya qanununa əsaslanaraq qurulur ki, bu yanaşmalardan biri spini sıfır olan zərrəciklər üçün Kleyn-Qordon diferensial tənliyidir, digəri isə spinə malik zərrəciklərin spin cırlaşmalarını uğurla ifadə edə bilən Dirak diferensial tənliyidir. Bundan başqa isə, əyri xətti Lobaçevski fəzasında hiperboloidin səthində yuxarıda qeyd etdiyimiz relyativistik dispersiya qanununu yazmaqla, daha fərqli relyativistik kvant tənliyini daxil etmək olar ki, bu tənlik də təbii etibarilə riyazi mənada sonlu-fərq tənliyidir və sonlu-fərq tənliyinin həm riyaziyyatda, həm də fizikada dəqiq olaraq həll edilə bilməsi olduqca əhəmiyyətli bir nəticə hesab olunur. Biz də belə fikirləşdik ki, adətən əyri xətti Lobaçevski fəzasında yazılan sonlu-fərq tənliklərin polinomial həlləri Askı sxeminə daxil olan ortoqonal çoxhədlilərin bəzilərinə gətirib çıxarır. Məsələn, üç ölçülü halda ossilyatoru həll etsək, onun

bucaqdan asılı hissəsi Lejandr çoxhədlisi ilə ifadə olunacaq, radial hissəsi isə

$$S_n(x^2; a, b, c) = (a + b)_n (a + c)_n \cdot {}_3F_2 \left(\begin{matrix} -n, a + ix, a - ix \\ a + b, a + c \end{matrix}; 1 \right)$$

kimi təyin olunan və kəsilməz dual Han çoxhədliləri adlanan çoxhədlilər ilə ifadə ediləcəkdir. O zaman, belə bir ideya irəli sürdük ki, qarşılıqlı təsir potensialını ossilyatorvari olaraq, sonlu fərq operatoru

$$V(r) = \left[\frac{m_0 \omega^2}{2} \left(r + i \frac{\hbar}{m_0 c} \right)^2 + \frac{V(\vartheta)}{r^2} \right] e^{-i \frac{\hbar}{m_0 c} \frac{\partial}{\partial r}}$$

şəklində bir bucaqdan asılı götürməklə, məsələn yenidən həll edək, və burada $V(\vartheta)$ üçün də Oto potensialı olan

$$V(\vartheta) = \frac{\alpha \cos^2 \vartheta + \beta \cos \vartheta + \gamma}{\sin^2 \vartheta}$$

şəklindəki potensialı daxil etməklə Yakobi çoxhədliləri ilə ifadə olunan ϑ bucağından asılı çox maraqlı həllə gəlib çıxmaq olur. Daha sonra isə, xüsusi halda $c \rightarrow \infty$, yəni işıq sürətini sonsuz böyük götürməklə, qeyri-relyativistik limitə keçmək olar ki, bu limitin də dəqiq hesablanması kəsilməz dual Han çoxhədliləri ilə Lager çoxhədliləri arasında olduqca maraqlı və cəlbedici nəticələrə gətirib çıxaracaq.

Bu hesablamaları böyük ölçüdə tamamlamışıq və yaxın zamanlarda böyük həcmli məqalə hazırlayaraq növbəti mərhələyə daxil olmaqla impakt faktorlu bir elmi jurnala göndərəcəyik.

Bundan başqa, bizim yeni bir həll etməyi planlaşdırdığımız məsələ, layihənin də mərhələlərindən birində yer alan halqavari potensialla əlaqəli potensial tipidir.

Hartmann 1972-ci ildə Kulon potensialına halqavari potensial əlavə etmişdir və o vaxtdan ona Hartmann potensialı deyilir (Hartmann, H. Die Bewegung eines Körpers in einem ringförmigen Potentialfeld, Theoretica Chimica Acta, vol. 24, no. 2-3, pp. 201–206, 1972). Qeyd edilən potensial aşağıdakı şəkildədir:

$$V(r, \vartheta) = -\frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{r^2 \sin^2 \vartheta}.$$

Quesne 1988-de harmonik ossilyator potensialına oxşar formalı potensial əlavə etdi və o vaxtdan ona Quesne potensialı deyilir (Quesne, C. J. A new ring-shaped potential and its dynamical invariance algebra. Phys. A: Math. Gen. **21** (1988) 3093-3103)

$$V(r, \vartheta) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 + \frac{\beta}{r^2 \sin^2 \vartheta}.$$

Bu cür digər yeni qeyri-mərkəz potensialları da qurulub. Onlardan biri də ikiqat dalğavari Kulon tipli potensiallardır. Məsələn,

$$V(r, \vartheta) = V(r) + \frac{\beta}{r^2 \sin^2 \vartheta} + \frac{\gamma}{r^2 \cos^2 \vartheta}$$

və ya

$$V(r, \vartheta, \varphi) = V(r) + \frac{\beta}{r^2 \sin^2 \vartheta} + \frac{\gamma}{r^2 \cos^2 \vartheta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \left(\frac{e}{\sin^2 \varphi} + \frac{q}{\cos^2 \varphi} \right).$$

Bu potensialların hamisi onlara daxil olan parametrlərin müəyyən qiymətləri üçün özünü sonsuz cuxur kimi aparmalıdır. Hal-hazırda, bir yuxarıda sadaladığımız potensial növləri üçün hesablamaları necə aparmağı və dəqiq həllərə nail olaraq, enerji spektri və dalğa funksiyasının aşkar şəklini necə tapmağı bilirik və tezliklə bütün hesablamalara başlayacağıq.

2	Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (cari rüb üçün, faizlə qiymətləndirməli)
	100 faiz
3	Hesabat dövründə alınmış elmi nəticələr , onların yenilik dərəcəsi
	<p>Koordinata görə dəyişən kütləsi vasitəsilə yarım-konfaynment effekti nümayiş etdirən kvant harmonik ossilyatoru modeli üçün həm qəfil yaranan xarici bircins sahənin olduğu və olmadığı hallar Kırkvud funksiyası ilə təsvir olunan faza fəzasında geniş tədqiq olunmuşdur. Göstərilmişdir ki, hesablanan Kırkvud paylanma funksiyasının aşkar şəkli birinci Yakobi və ümumiləşmiş Lager çoxhədlilərinin hasili ilə ifadə olunur. Daha sonra, bəzi xüsusi halla və limit münasibətləri də tərəfimizdən tədqiq edilmişdir.</p>
4	Layihənin yerinə yetirilməsi zamanı istifadə olunan üsul və yanaşmalar
	<p>Layihə yerinə yetirilərkən apardığımız elmi tədqiqat işlərində bir çox metod və yanaşmadan istifadə etmişik ki, bu metod və yanaşmaların ən əsası – son doqquz ayda layihə çərçivəsində apardığımız bütün tədqiqatlarda həll etdiyimiz məsələlərin sonda təqribi deyil, dəqiq analitik həllərə gəlib çıxması bizim tədqiqatlarımızın başlanğıc şərti və yanaşması olmuşdur.</p>
5	Layihə üzrə elmi nəşrlər (məqalələr, monoqrafiyalar, icmallar, konfrans materialları, tezislər) (dərc olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə) (<i>surətlərini əlavə etməli!</i>)
	<p>Dərc olunmuş məqalələr:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. S.M. Nagiyev, A.M. Jafarova, E.I. Jafarov, The Wigner function of a semiconfined harmonic oscillator model with a position-dependent effective mass, Journal of Mathematical Physics 65, 012107 (2024) https://doi.org/10.1063/5.0160514 <p>Çapa qəbul olunmuş məqalələr:</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. E.I. Jafarov, S.M. Nagiyev, J. Van der Jeugt, The semiconfined harmonic oscillator with a position-dependent effective mass: exact solution, dynamical symmetry algebra and quasiprobability distribution functions, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics (2024) <p>Çapa göndərilmiş məqalələr:</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. E.I. Jafarov, S.M. Nagiyev, Quantum singular oscillator with potential controlled by position-

	dependent mass, Turkish journal of Physics (2024)
6	İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər (burada doldurmalı)
7	Layihə üzrə ezamiyyətlər Yoxdur
8	Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak Yoxdur
9	Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak Yoxdur
10	Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminarlar, konfranslar, dəyirmi masalar və s. çıxışlar) Yoxdur
11	Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar Yoxdur
12	Yerli həmkarlarla əlaqələr Layihə icraçıları Şakir Nağıyev və Vəfa Tarverdiyeva Bakı Dövlət Universitetinin professoru Azər Əhmədov ilə uğurlu elmi əməkdaşlıqları professor Azər Əhmədovun 2023-cü ilin dekabr ayında vaxtsız vəfatı ilə əlaqədar dayanmışdır. Lakin, layihə iştirakçıları daha əvvəl birgə aldıkları nəticələrin emalını hazırda həyata keçirməkdədirlər.
13	Xarici həmkarlarla əlaqələr Layihə icraçıları Şakir Nağıyev və Vəfa Tarverdiyeva Nigeriyanın Port Harcours Universitetinin professoru A.N. Ikot ilə uğurlu elmi əməkdaşlıqlarını davam etdirirlər. Layihə rəhbəri Elçin Cəfərov və layihə icraçısı Şakir Nağıyev Belçikanın Gent Universitetinin professoru Joris Van der Jeugt ilə uğurlu elmi əməkdaşlıqlarını davam etdirirlər. Bu layihə çərçivəsində birgə hazırlanmış 2023-cü ilin noyabr ayında "Springer Proceedings in Mathematics and Statistics" elmi jurnalına göndərilən məqalə artıq çapa qəbul edilmişdir.
14	Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı Layihə icraçısı Aygün Məmmədova layihə rəhbəri Elçin Cəfərovun elmi rəhbərliyi altında "Koordinatdan asılı kütləyə malik kvant sistemlərinin dəqiq həll olunan ossilyator tip konfaynment modellərinin müqayisəli tədqiqi" adlı dissertasiya işini artıq bitirmişdir və 2023-cü ilin dekabr ayında

	fizika üzrə fəlsəfə doktoru adını almaq üçün bu dissertasiya işinin müdafiəsini proseduruna başlamışdır. Qeyd edilən dissertasiyanın bir nüsxəsi fonda yekun hesabatda təqdim ediləcəkdir.
15	Sərgilərdə iştirak Yoxdur
16	Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi Yoxdur
17	Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s. Yoxdur

Layihə rəhbərinin imzası _____ Cəfərov Elçin İman oğlu

Tarix _____

QEYD: bütün hallarda uyğun olan bəndlər doldurulmalıdır.