AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ PREZİDENTİ YANINDA
ELMİN İNKİŞAFI FONDU

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında
Elmin İnkişafı Fondunun
Gənc alim və mütəxəssislərin 3-cü qrant müsabiqəsinin
(EİF/GAM-3-2014-6(21)) qalibi olmuş layihənin yerinə
yetirilməsi üzrə

YEKUN ELMİ-TEXNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Dəyişən dərəcəli çəkili Lebeq fəzalarında həyəcanlanmış eksponent sisteminin bazislik xassələri**
Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **Nəsibova Natəvan Polad qızı**
Qrantın məbləği: **7 000 manat**
Layihənin nömrəsi: **EİF/GAM-3-2014-6(21)-24/03/1-M-06**
Müqavilənin imzalanma tarixi: **04 dekabr 2015-ci il**
Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **12 ay**
Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 yanvar 2016-cı il – 01 yanvar 2017-ci il**
Diqqət! Bütün məlumatlar 12 ölçülü Arial şrifti ilə, 1 intervalla doldurulmalıdır
Diqqət! Uyğun məlumat olmadığı təqdirdə müvafiq bölmə boş buraxılır

Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

1 Layihənin həyata keçirilməsi üzrə yerinə yetirilmiş işlər, istifadə olunmuş üsul və yanaşmalar

(burada doldurmalı)

Layihədə dəyişən dərəcəli çəkili Lebeq fəzalarında həyəcanlanmış eksponent sisteminin bazislik xassələrinin tədqiqi öyrənilmişdir. Alınan nəticələrin qısa icmalını verək.

Ümumiləşmiş çəkili Hardi siniflərini təyin edək.

$$H^{\pm}_{p(\cdot),\rho} \equiv \left\{ f \in H_1^{+} : f^{+} \in L_{p(\cdot),\rho}(\partial\omega) \right\},$$

$$\|f\|_{H_{p(\cdot),\rho}} = \|\rho f\|_{L_{p(\cdot)}}$$

burada f^+ $f(\cdot)$ in $\partial\omega$ da toxunmayan sərhəd qiymətləridir.

Ümumiləşmiş çəkili $H^+_{p(\cdot),\rho} \times_m H^-_{p(\cdot),\rho}$ Hardi siniflərində bircins Riman sərhəd məsələsinə baxaq:

$$F^+(\tau) - G(\tau)F^-(\tau) = 0, \tau \in \partial\omega \ . \qquad (1)$$

(1) tənliyinin həlli dedikdə sərhəd qiymətləri sanki hər yerdə qeyri-bircins məsələni ödəyən $(F^+(z); F^-(z)) \in H^+_{p(\cdot),\rho} \times_m H^-_{p(\cdot),\rho}$, cütü başa düşülür.

Fərz edək ki, $G(\tau)$ əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1) $G^{\pm 1} \in L_\infty(\partial\omega)$;

2) $\theta(t) \equiv \arg G(e^{it})$ $[-\pi, \pi]$-də hissə-hissə Hölder funksiyasıdır.

Tutaq ki, $\{s_k\}_1^r : -\pi < s_1 < \ldots s_r < \pi$ nöqtələri $\theta(t)$ funksiyasının kəsilmə nöqtələridir və

$$\{h_k\}_1^r : h_k = \theta(s_k + 0) - \theta(s_k - 0), \ k = \overline{1, r} \ ;$$

$\theta(t)$ funksiyasının sıçrayışlarıdır.

$$h_0 = \theta(-\pi) - \theta(\pi); \ h_0^{(0)} = \theta_0(\pi) - \theta_0(-\pi)$$

işarə edək və $\{t_k\}_{k=0}^l \equiv \{\arg \tau_k\}_{k=1}^m \cup \{s_k\}_{k=0}^r$ qəbul edək.

$\rho(\cdot)$ çəki finksiyasını belə təyin edirik,

$$\rho(t) = \prod_{i=1}^m |t - \tau_i|^{\alpha_i}, \ t \in [-\pi, \pi] \ , \qquad (2)$$

$-\pi < \tau_1 < \ldots < \tau_m < \pi -$ bəzi nöqtələrdir.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1.*Tutaq ki,* $p(\cdot) \in WL, p^- > 1$ *ödənir.* $\beta_k = -\sum_{i=1}^m \alpha_i \chi_{\{t_k\}}(\tau_i) + \frac{1}{2\pi}\sum_{i=0}^r h_i \chi_{\{t_k\}}(s_i), \ k = \overline{0, l}$ *kəmiyyəti aşağıdakı bərabərsizliyi ödəyir*

$$-\frac{1}{q(t_k)} < \beta_k < \frac{1}{p(t_k)}, \ k = \overline{0, r} \ .$$

Əgər aşağıdakı bərabərsizlik doğrudursa,

$$-\frac{1}{p(\tau_k)} < \alpha_k < \frac{1}{q(\tau_k)}, \quad k = \overline{1, m}, \qquad (3)$$

onda bircins Riman sərhəd məsələsinin ümumi həlli $H^+_{p(\cdot),\rho} \times_m H^-_{p(\cdot),\rho}$ *siniflərində aşağıdakı kimidir,*

$$F(z)=P_{m_0}(z)Z(z),$$

burada $Z(\cdot)$*–bircins məsələnin kanonik həllidir,* $P_{m_0}(\cdot)$*–* $m_0 \le m$ *dərəcəli çoxhədlidir.*

$H^{+}_{p(\cdot),\rho} \times_{m_0} H^{-}_{p(\cdot),\rho}$ siniflərində qeyri-bircins Riman sərhəd məsələsinə baxaq,

$$F^{+}(\tau)-G(\tau)F^{-}(\tau)=f(\tau), \tau \in \partial\omega, \qquad (4)$$

burada $f \in L_{p(\cdot),\rho}$ –verilmiş funksiyadır.

Теорема 2. *Tutaq ki,* $p(\cdot)\in WL, p^{-}>1$ *ödənir.*

$$G(e^{it})=|G(e^{it})|e^{i\theta(t)},$$

əmsalları 1 və 2 şərtlərini ödəyir.

Tutaq ki, aşağıdakı bərabərsizliklər ödənir,

$$-\frac{1}{q(t_k)}<\beta_k<\frac{1}{p(t_k)}, k=\overline{0,l};$$

$$\alpha_k<\frac{1}{q(\tau_k)}, \ k=\overline{1,m} \ .$$

Onda bunlar doğrudur:

$\alpha)$ $m_0 \ge -1$ *olduqda (4) qeyri-bircins Riman sərhəd məsələsinin ümumi həlli*

$$F(z)=Z(z)P_{m_0}(z)+F_1(z),$$

şəklindədir. Burada $Z(\cdot)$*–bircins məsələnin kanonik həllidir*

$$Z_i(z)\equiv\begin{cases} X_i(z), |z|<1, \\ [X_i(z)]^{-1}, |z|>1, \quad i=1,2. \end{cases}$$

$X_i(z)$:

$$X_1(z)\equiv \exp\left\{\frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\ln|G(e^{it})|\frac{e^{it}+z}{e^{it}-z}dt\right\},$$

$$X_2(z)\equiv \exp\left\{\frac{i}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\theta(t)\frac{e^{it}+z}{e^{it}-z}dt\right\},$$

$$F_0^{+}(\tau)-G(\tau)F_0^{-}(\tau)=0, \tau \in \partial\omega,$$

$P_{m_0}(z)$ – dərəcəsi $k \le m_0$ $(P_{-1}(z) \equiv 0)$ olan çoxhədlidir, $F_1(\cdot)$ isə

$$F_1(z) = \frac{Z(z)}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(t)}{Z^+(e^{it})} K_z(t)dt,$$

şəklində xüsusi həlldir. $K_z(\cdot)$ – Koşi nüvəsi, $f \in L_{p(\cdot),\rho}$ – ixtiyari funksiyadır;

β) $m_0 < -1$ olduqda (4) qeyri-bircins məsələsi yalnız və yalnız $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(t)}{Z^+(e^{it})} e^{ikt} dt,\ k = \overline{0, -m_0 - 2}$ ortoqonallıq şərti ödəndikdə $H^+_{p(\cdot),\rho} \times_{m_0} H^-_{p(\cdot),\rho}$ siniflərində həll olunandır və $F(z) = F_1(z)$ bu məsələnin həllidir.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

***Теорема3.** Tutaq ki, $1 < p^- \le p^+ < +\infty$ və $p(\cdot) \in WL$. Əgər (2) şəklində təyin olunan $\rho(\cdot)$ çəki funksiyası aşağıdakı bərabərsizlikləri ödəyirsə,*

$$-\frac{1}{p(t_k)} < \alpha_k < \frac{1}{q(t_k)}, \qquad k = \overline{1, l};$$

onda $e_n(t) \equiv e^{int}$, $n \in Z$, eksponent sistemi $L_{p(\cdot),\rho}$ da bazis əmələ gətirir.

$E \equiv \{e^{int}\}_{n \in Z}$ eksponent sisteminə baxaq və $E_{\pm}^{(k)} \equiv \{e^{\pm int}\}_{n \ge k}$ qəbul edək. $H^+_{p(\cdot),\rho}$, ${}_m H^-_{p(\cdot),\rho}$ siniflərinin $\partial\omega$-da sıxılmasını $L^+_{p(\cdot),\rho}$ və ${}_m L^-_{p(\cdot),\rho}$ ilə işarə edək.

$$L^+_{p(\cdot),\rho} = H^+_{p(\cdot),\rho} /_{\partial\omega};\ {}_m L^-_{p(\cdot),\rho} = {}_m H^-_{p(\cdot),\rho} /_{\partial\omega}.$$

Tutaq ki, (2) bərabərsizlikləri ödənir. Göstərək ki, $E_+^{(0)}$ sistemi $L^+_{p(\cdot),\rho}$ da bazis əmələ gətirir. $\forall f \in L^+_{p(\cdot),\rho}$ götürək. Əgər (2) bərabərsizlikləri doğrudursa, onda $L^+_{p(\cdot),\rho} \in L_1^+$. Onda məlumdur ki,

$$\int_{\partial\omega} f(\tau)\tau^n d\tau = 0, \forall n \in Z_+ . \qquad (4)$$

Bu fakta Daniliyukun monoqrafiyasında baxmaq olar. Əgər (2) bərabərsizlikləri ödənirsə, onda E eksponent sistemi $L_{p(\cdot),\rho}$ da bazis əmələ gətirir. (4) bərabərliklərini nəzərə alaraq, alırıq ki, f funksiyası $L_{p(\cdot),\rho}$ da aşağıdakı şəkildə ayrılışa malikdir.

$$f(e^{\mathrm{int}}) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n e^{\mathrm{int}},$$

burada f_n-lər f-in E sistemi üzrə biortoqonal əmsallarıdır. Təmamilə aydındır ki, belə bir ayrılış yeganədir. Nəticədə $E_+^{(0)}$ sistemi $L^+_{p(\cdot),\rho}$ da bazis əmələ gətirir. Analoji olaraq isbat olunur ki, əgər (2) bərabərsizlikləri ödənirsə, onda $E_-^{(m)}$ eksponent sistemi ${}_mL^-_{p(\cdot),\rho}$ da bazis əmələ gətirir.

Beləliklə aşağıdakı teorem doğrudur,

Teorem4. *Tutaq ki,* $p \in WL, p^- > 1,$ *və* $-\frac{1}{p(t_k)} < \alpha_k < \frac{1}{q(t_k)}, k = \overline{1,m}$ *bərabərsizlikləri ödənir. Onda* $E_+^{(0)}$ *(* $E_-^{(m)}$ *) sistemi* $L^+_{p(\cdot),\rho}$ *(* ${}_mL^-_{p(\cdot),\rho}$ *) da bazis əmələ gətirir.*

Növbəti xətti fazaya malik eksponent sistemə baxaq

$$\mathrm{E} \equiv \{\mathrm{E}_n(t)\}_{n\in Z} \equiv \{e^{i(n+\alpha\, sign\, n)t}\}_{n\in Z}, \tag{5}$$

burada $\alpha \in R$ – həqiqi parametrdi.

Teorem5. *Tutaq ki,* $p \in WL$, $p^- > 1$, *və*

$$-\frac{1}{p(\tau_k)} < \alpha_k < \frac{1}{q(\tau_k)}, \quad k = \overline{1,m};$$

$$-\frac{1}{p(\pi)} < \alpha_m + 2\,\mathrm{Re}\,\alpha < \frac{1}{q(\pi)},$$

bərabərsizlikləri ödənir. Onda (5) xətti fazaya malik eksponent sistemi dəyişən dərəcəli çəkili $L_{p(\cdot),\rho(\cdot)}$ *Lebeq fəzalarında bazis əmələ gətirir.*

İstifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısı:

1. Данилюк И.И. Нерегулярные граничные задачи на плоскости, Москва,

«Наука», 1975, 296 с.

2. Билалов Б.Т. О базисности систем экспонент косинусов и синусов в L_p, Докл. РАН, 1999, т.365, №1, с. 7-8.
3. Билалов Б.Т. О базисности некоторых систем экспонент, косинусов и синусов в L_p, Докл. РАН, 2001, т. 379, №2, с. 7-9.
4. Билалов Б.Т. Базисы из экспонент, косинусов и синусов, являющиеся собственными функциями дифференциальных операторов, Дифф. уравнения, 2003, т.39, №5, с. 1-5.
5. Билалов Б.Т. Базисность некоторых систем экспонент, косинусов и синусов, Дифф. уравнения. 1990,т.26,№1, с. 10-16.
6. Билалов Б.Т. Базисные свойства некоторых систем экспонент , косинусов и синусов, Сибирский матем. журнал, 2004, Т.45, №2 , с.264-273.
7. Винер Н., Пэли Р. Преобразование Фурье в комплексной области, М., «Наука», 1964, 268 с.
8. Гахов Ф.Д. Краевые задачи, М., «Наука», 1977, 640 с.
9. Кадец М.И. Точное значение постоянной Палея—Винера. Докл. АН СССР. 1964. Т.155. № 6. С.1253-1254.
10. Моисеев Е.И. О базисности одной системы синусов, Дифференц. уравнения, 1987, т. 23, №1, с. 177-179.
11. Моисеев Е.И. О базисности систем синусов и косинусов в весовом пространстве , Дифф. уравнения, 1998, т. 34, №1, с. 40-44.
12. Моисеев Е.И. Базисность в весовом пространстве одной системы собственных функций дифференциального оператора, Дифф. уравнения, 1999, т.35, №2, с. 200-205.
13. Моисеев Е. И., Аббаси Н., О базисности собственных функций одной обобщенной газодинамической задачи Франкля. Академии Наук, 2011, т.

436, №4, c. 439-442.

14. Kokilashvili V., Paatashvili V. On Hardy classes of analytic functions with a variable exponent, Proc. A. Razmadze Math. Ins. 142(2006), 134-137.

15. Kokilashvili V., Paatashvili V., Samko S. Boundary value problems for analytic functions in the class of Cauchy type integrals with density in $L^{p(\cdot)}(\Gamma)$, Bound. Value Probl., 2005, №1-2, pp. 43-71.

Nəticələrin alınmasında freym analizin, bazis nəzəriyyəsinin, analitik funksiyalar üçün sərhəd məsələləri nəzəriyyəsinin və kompleks analizin metodlarından istifadə olunmuşdur.

2 Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (faizlə qiymətləndirməli)

(burada doldurmalı)

100%

3 Hesabat dövründə alınmış **elmi nəticələr** (onların yenilik dərəcəsi, elmi və təcrübi əhəmiyyəti, nəticələrin istifadəsi və tətbiqi mümkün olan sahələr aydın şəkildə göstərilməlidir)

(burada doldurmalı)

Nəticələrin alınmasında əsasən analitik funksiyalar üçün sərhəd məsələləri metodu və kompleks analizin metodları tətbiq olunub.

Ümumilikdə aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

1. $H^+_{p(\cdot),\rho}\times_m H^-_{p(\cdot),\rho}$ siniflərində bircins Riman məsələsinin ümumi həllinin qurulmuşdur;
2. $H^+_{p(\cdot),\rho}\times_m H^-_{p(\cdot),\rho}$ siniflərində qeyri-bircins Riman məsələsinin ümumi həllinin qurulmuşdur;
3. $H^+_{p(\cdot),\rho}\times_m H^-_{p(\cdot),\rho}$ siniflərində eksponent sisteminin yarısının bazislik xassələrinin öyrənilmişdir;
4. $L_{p(\cdot),\rho}$ ümumiləşmiş çəkili Lebeq fəzasında həyəcanlanmış xətti fazalı $\{e^{i(n+\alpha signn)t}\}_{n\in Z}$ eksponent sisteminin tamlıq, minimallıq və bazisliyi üçün şərt tapılmışdır.

4 Layihə üzrə **elmi nəşrlər** (elmi jurnallarda məqalələr, monoqrafiyalar, icmallar, konfrans materiallarında məqalələr, tezislər) (dərc olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə, uyğun məlumat - jurnalın adı, nömrəsi, cildi, səhifələri, nəşriyyat, indeksi, İmpact Factor, həmmüəlliflər və s. bunun kimi məlumatlar - ciddi şəkildə dəqiq olaraq göstərilməlidir) *(surətlərini kağız üzərində və CD şəklində əlavə etməli!)*

(burada doldurmalı)

Dərc olunmuş:

1. Nasibova N.P. The general solution of the Riemann homogeneous problem in the weighted Hardy classes with variable exponent. İnternational Workshop on ‘Non-Harmonic Analysis and Differential Operators’, May 25-27, 2016, Baku, Azerbaijan.
2. Nasibova N.P. The general solution of the homogeneous problem. VII International Joint

	Conference of Georgian Mathematical Union & Georgian Mechanical Union Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis Dedicated to 125-th birthday anniversary of academican N.Muskhelishvili. Batumi, September 5-9, 2016. 3. Nasibova N., Najafov T., Mamedova Z. Bases of exsponents with a piecewise linear phase in generalized weighted Lebesgue space. Journal of Inequalities and Applications 2016. DOI:10.1186/s 13660-016-1027y. Published 10 march 2016.
5	İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər
	(burada doldurmalı)
6	Layihə üzrə ezamiyyətlər (ezamiyyə baş tutmuş təşkilatın adı, şəhər və ölkə, ezamiyyə tarixləri, həmçinin ezamiyyə vaxtı baş tutmuş müzakirələr, görüşlər, seminarlarda çıxışlar və s. dəqiq göstərilməlidir)
	(burada doldurmalı) Tbilis Dövlət Universiteti, Tbilisi şəhəri, Gürcüstan, 5 -9 sentyabr 2016ci il. Layihə çərçivəsində Tbilis Dövlət Universitetində 8 sentyabr tarixində seminarda layihənin məzmununu əhatə edən mövzu üzrə məruzə olunub.
7	Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak (əgər varsa)
	(burada doldurmalı)
8	Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak
	(burada doldurmalı)
9	Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminar, dəyirmi masa, konfrans, qurultay, simpozium və s. çıxışlar) (məlumat tam şəkildə göstərilməlidir: a) məruzənin növü: plenar, dəvətli, şifahi və ya divar məruzəsi; b) tədbirin kateqoriyası: ölkədaxili, regional, beynəlxalq)
	(burada doldurmalı)
10	Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar, komplektləşdirmə məmulatları
	(burada doldurmalı)
11	Yerli həmkarlarla əlaqələr
	(burada doldurmalı)
12	Xarici həmkarlarla əlaqələr
	(burada doldurmalı) IIlia Tavkhelidze, Tamaz Tadumadze.
13	Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı (əgər varsa)
	(burada doldurmalı)
14	Sərgilərdə iştirak (əgər baş tutubsa)
	(burada doldurmalı)
15	Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi (əgər baş tutubsa)

	(burada doldurmalı)
16	Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s. (məlumatı tam şəkildə göstərilməlidir)
	(burada doldurmalı)

SİFARİŞÇİ:
Elmin İnkişafı Fondu

Baş məsləhətçi
Quliyeva Mülayim Sahib qızı

____
(imza)
" __" ________ 201_-cı il

İCRAÇI:

Layihə rəhbəri
Nəsibova Natəvan Polad qızı

____
(imza)
" __" ________ 201_-cı il