



AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ PREZİDENTİ YANINDA ELMİN İNKİŞAFI FONDU

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Elmin İnkişafı Fondunun

“Elm-Təhsil-Sənaye” məqsədli qrant müsabiqəsinin

(EİF/MQM/ETS-2020-1(35)) qalibi olmuş

layihənin yerinə yetirilməsi üzrə

5-ci mərhələ

ELMİ-TEXNİKİ HESABAT

Layihənin adı: **Lodka-Volter, istifadəçi və resurs, silahlanma sürətinin tədqiqi üçün Riçardson xətti və balıqların populyasiyası qeyri-xətti modellərin ümumiləşdirilməsi və onun sənayedə eyni təyinatlı müəssisələr arasındakı rəqabət və kofliktlərin tətbiqi üçün məlum qeyri-xətti modellə müqayisəsi və bu modellərin həllinə hibrid tipli üsulların tətbiqi**

Layihə rəhbərinin soyadı, adı və atasının adı: **İbrahimov Vaqif Rza oğlu**

Qrantın məbləği: **200 000 manat**

Layihənin nömrəsi: **EİF-MQM-ETS-2020-1(35)-08/01/1-M-01**

Müqavilənin imzalanma tarixi: **08 fevral 2021 – ci il**

Qrant layihəsinin yerinə yetirilmə müddəti: **24 ay**

Layihənin icra müddəti (başlama və bitmə tarixi): **01 mart 2021-ci il – 01 mart 2023-cü il**

Layihənin **V mərhələ** üzrə (rüb) məbləği: :

Hesabatda aşağıdakı məsələlər işıqlandırılmalıdır:

1 Layihənin həyata keçirilməsi üzrə cari rübdə yerinə yetirilmiş **elmi işlər**

(burada doldurulmalı)

Əvvəlki hesabatda populyasiya məsələlərinin öyrənilməsinin vacibliyi müxtəlif tipli məsələlər vasitəsilə göstərilmişdir. Və bu məsələlərin böyük bir hissəsinin adı diferensial tənliklər vasitəsilə yazılması bir çox alimləri bu məsələlərin həlli üçün yeni üsulların qurulması ilə məşğul olmağa sövq etmişdir. Bu tipli məsələlərə misal olaraq, populyasiya məsələləri içərisində ən çox tanınmış olan Lodka-Volter (əvvəlki hesabatlarda bu haqda məlumat vermişdir), sürəti səs sürətindən böyük olan uçan

aparatlarnın trayektoriyalarının tədqiqi, mexanikanın bir çox məsələləri, seysmologiyada səs sürətlərinin təyini və s. tipli məsələlərdir. Adətən, bu məsələləri birinci və ya ikinci tərtib adi diferensial tənliklərin köməyi ilə yazırlar. Məlumdur ki, fundamental tədqiqatlarda adətən, daha ümumi sinif məsələləri tədqiq edirlər. Bu zaman müəyyən sinif məsələlər üçün daha yaxşı nəticələrin alınması mümkünsüz olur. Bunları nəzərə alaraq, son zamanlar bir qrup alimlər xüsusi tip diferensial tənlikləri tədqiq edərək, onlar üçün daha dəqiq və yeni xüsusiyyətlərə malik üsulların qurulmasına üstünlük verirlər. Bu tip məsələlər sinfinə fizikadan hamıya yaxşı məlum olan Şreydinger, Şturm-Liuvill və s. tənliklərini göstərmək olar. Bu tənliklər üçün adətən Ştermer tipli üsullardan istifadə edirlər. Layihənin cari rübündə Ştermer üsulunun bir modifikasiyasına baxılmış və onun üstün cəhətləri göstərilmişdir. Məlumdur ki, əgər Ştermer üsulu dayanıqlıdırsa və üsulun tərtibi k -ya bərabərdirsə, onda bu üsulun dərəcəsinin ən böyük qiyməti $p \leq 2[k/2] + 2$ formulası ilə təyin olunur. Buradan görünür ki, k -tək ədəddirsə, onda dayanıqlı Ştermer üsulunun dəqiqlik dərəcəsinin ən böyük qiyməti $k+1$ -ə bərabərdir. Göründüyü kimi, dayanıqlı Ştermer tipli üsulların dəqiqlik dərəcəsi o qədər də yüksək deyildir. Bunu nəzərə alaraq, burada Ştermer tipli hibrid üsullar qurulmuş və bu üsullar tədqiq olunmuşdur. Belə ki, aşağıdakı üsulun əmsalları üzərinə qoyulan şərtlər tapılmışdır:

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i y_{n+i} = h^2 \sum_{i=0}^k \gamma_i y_{n+i+v_i} \quad (|v_i| < 1; i = 0, 1, \dots, k).$$

Bu şərtləri aşağıdakı kimi yazmaq olar:

- A. Ştermer tipli üsulun əmsalları α_i, γ_i, v_i ($i = \overline{0, k}$) hər hansı həqiqi ədədlərdir və $\alpha_k \neq 0$.
- B. Üsulun xarakteristik çoxhədlilərinin $\rho(\lambda) = \sum_{i=0}^k \alpha_i \lambda^i$, $\gamma(\lambda) = \sum_{i=0}^k \gamma_i \lambda^i$ sabitdən fərqli ortaq vuruqları yoxdur.
- C. $p \geq 1$, $\rho'(1) + \gamma(1) \neq 0$ şərtləri ödənilir.

Burada p -üsulün dəqiqlik dərəcəsinə göstərir və aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\sum_{i=0}^k (\alpha_i y(x+ih) - h^2 \gamma_i y''(x+(i+\nu_i)h)) = O(h^{p+2}), h \rightarrow 0.$$

Burada isbat olunmuşdur ki, yuxarıdakı üsul dayanıqlıdır, yəni $\rho(\lambda)$ çoxhədlisinin kökləri vahid radiuslu çevrə daxilində yerləşir və çevrə üzərində iki dəfə təkrarlanan $\lambda=1$ kökündən başqa digər təkrarlanan kökü yoxdur.

Aydındır ki, γ_k əmsalının qiymətindən asılı olaraq, p -nin, yəni üsulun dəqiqlik dərəcəsinin qiyməti dəyişir. Belə ki, $\gamma_k=0$ olduqda yuxarıda qeyd olunmuş üsul dayaqlıdırsa, ona p -nin ən böyük qiyməti $p_{\max}=2k$ olacaqdır. Göründüyü kimi, Ştermer tipli hibrid üsul Ştermer üsuluna nisbətən daha dəqiqdir. Qeyd edək ki, $\gamma_k \neq 0$ olduqda $p_{\max}=2k+2$. Göründüyü kimi, hibrid üsullar Ştermer üsuluna nisbətən daha dəqiqdir. Buna görə də, layihənin cari rübündə Ştermer tipli çoxaddımlı üsulların tədqiqinə baxılmış və praktiki məsələlərin həlli üçün konkret üsullar qurulmuşdur. Bu üsullar model məsələlərin köməyi ilə digər məlum üsullarla müqayisə olunmuşdur. Qeyd edək ki, layihədə Ştermer tipli hibrid üsullar tədqiq olunarkən sonlu fərqlər üsulunun bir çox xassələrindən istifadə olunmuşdur. Bu məqsədlə cari rübdə istifadə olunan hibrid üsullar məlum üsullarla müqayisə olunmuş, bu üsulların mənfə və müsbət cəhətləri qeyd olunmuş, bəzi mənfə cəhətlərinin aradan qaldırılması üçün tövsiyələr verilmişdir. Hibrid üsulların tətbiqi zamanı yaranan ən böyük çətinliklərdən biri bu üsulların hibrid nöqtələrindəki qiymətlərinin hesablanmasından ibarətdir. Bir çox digər müəlliflər kimi, burada da hibrid tipli üsulların istifadəsi üçün proqnoz-korreksiya üsulundan istifadə olunması təklif olunur. Ümumiyyətlə, proqnoz-korreksiya üsullarının tərkibində hibrid tipli üsul varsa, onda bu üsulun istifadəsi zamanı bir çox çətinliklərlə qarşılaşmalı oluruq. Bu çətinlikləri aradan qaldırmaq məqsədilə, xüsusi yanaşmalardan istifadə olunmuşdur. Layihədə birinci tərtib adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin və Volter tipli inteqral tənliklərin həllinə hibrid üsulların tətbiqinə üstünlük verilmişdir. Belə ki, əvvəlki rüblərdə tədqiq olunan modellərin həllinə hibrid üsulları tətbiq etmək daha da məqsədəuyğundur. Bu isə müstəqil bir tədqiqatın aparılması deməkdir.

2 Layihənin həyata keçirilməsi üzrə planda nəzərdə tutulmuş işlərin yerinə yetirilmə dərəcəsi (cari rüb üçün, faizlə qiymətləndirməli)

(burada doldurmalı)

Layihənin bu mərhələsində hibrid tipli üsullar qurulmuş, bu üsulların xüsusiyyətləri öyrənilmiş və onlar məlum çoxaddımlı üsullarla müqayisə olunmuşdur. Cari rübdə ədədi üsulların müqayisəsini nəzərə alaraq, daha dəqiq dayanıqlı üsulların qurulmasına üstünlük verilmişdir. Bu məqsədlə, sabit əmsallı hibrid tipli çoxaddımlı üsulların tədqiqinə baxılmışdır. Qeyd edək ki, sabit əmsallı hibrid tipli çoxaddımlı üsullar müxtəlif formalarda qurula bilər. Burada ikinci tərtib törəmədən istifadə edən çoxaddımlı üsulların qurulmasına baxılmışdır. Bu üsulun daha geniş məsələlər sinifinə tətbiq olunması üçün ikinci tərtib törəmədən istifadə edən hibrid tipli çoxaddımlı üsul qurulmuşdur. Məlumdur ki, bu üsulun əmsallarının seçilməsindən asılı olaraq, müxtəlif xüsusiyyətlərə malik üsullar qurmaq mümkündür. Belə ki, əmsalların xüsusi formada seçilməsindən asılı olaraq, məlum çoxaddımlı üsulları və indiyə qədər məlum olmayan üsulları qurmaq mümkündür. Qeyd edək ki, ikinci tərtib törəmədən istifadə edən üsulları birinci tərtib adi diferensial tənliklərin həllinə tətbiq etdikdə hesablama əməllərinin sayı sürətlə artır. Tədqiq olan məsələnin xüsusiyyətlərini nəzərə alaraq, çoxaddımlı üsulların qurulmasında əmsallar üzərinə müəyyən şərtlərin qoyulması zərurəti ilə rastlaşırıq. Bu çətinlikləri aradan qaldırmaq məqsədilə, çoxaddımlı üsulların əmsallarının seçilməsi üçün qeyri-xətti cəbri tənliklər sistemi naməlum əmsalların köməyi ilə qurulmuşdur. Məlumdur ki, qeyri-xətti cəbri tənliklər sisteminin həllinin özünəməxsus çətinlikləri vardır. Buna görə də, hibrid tipli üsulların qurulması məlum Adams üsullarının qurulmasına nisbətən mürəkkəb bir prosesdir. Qeyd edək ki, hibrid üsullar Adams üsullarına nisbətən daha dəqiq olduğu üçün və bu üsullardan daha çox istifadə olunduğunu nəzərə alaraq, mütəxəssislər hibrid üsulların qurulmasına üstünlük vermişlər. Məlumdur ki, praktik məsələlərin həllində ən çox istifadə olunan üsullardan biri də aşkar Runqe-Kutta üsuludur. Son zamanlar yarım aşkar və qeyri-aşkar üsullar qurularaq, hibrid üsullarla müqayisə olunmuşdur. Bunları nəzərə alaraq, layihənin cari rübündə bir neçə konkret yüksək dəqiqliyə malik hibrid üsullar qurulmuş və bu üsulların tətbiqi üçün tövsiyələr verilmişdir. Ümumiyyətlə, yuxarıda göstəriləyi kimi, bu üsullar hər hansı məsələnin həllinə birbaşa tətbiq oluna bilmirlər. Buna görə də bu üsullar üçün

proqnoz-korreksiya üsullarının qurulması aktual məsələ kimi ortaya çıxır. Bəzi müəlliflər qeyri-aşkar Runqe-Kutta üsulu ilə hibrid üsulları müqayisə edirlər. Onlar arasında müəyyən uyğunluqların tapılmasına baxırlar. Qeyd edək ki, ümumiyyətlə, ədədi üsullar sinfində ən çox istifadə olunan üsullar sinfinə Runqe-Kutta və Adams üsulları daxildir. Buna görə də layihənin cari rübündə bu üsullar arasında müəyyən uyğunluqların mövcud olması və onlar arasında ciddi fərqlərin təyin olunmasına baxılmışdır. Alınan nəzəri nəticə sadə misallar vasitəsilə nümayiş olunmuşdur.

- 3 Hesabat dövründə alınmış **elmi nəticələr**, onların yenilik dərəcəsi
- Layihənin cari rübündə yüksək dəqiqliyə malik ədədi üsulların geniş tətbiq dairəsinin olduğunu nəzərə alaraq, bu üsulların qurulması üçün ikinci tərtib xətti çoxaddımlı üsulların istifadəsinə üstünlük verilmişdir. Obyektivlik xatirinə qeyd edək ki, bu üsulların tətbiq edildiyi məsələnin xüsusiyyətlərindən asılı olaraq, müəyyən çətinliklər yarana bilər. Məsələn, bu çətinliklərdən biri tənliyin sağ tərəfindəki, funksiyanın törəmələrinin hesablanmasıdır. İlk dəfə Eyler öz üsulunun mənfi cəhətlərini göstərdikdən sonra qeyd etmişdir ki, elə üsullar qurulsun ki, onlar funksiyanın Teylor sırasındakı növbəti hədlərin hesablanması üçün istifadə etsinlər. Təbiidir ki, bu zaman müəyyən çətinliklərlə rastlaşırıq. Bu çətinliklərin aradan qaldırılması məqsədilə proqnoz-korreksiya üsullarından istifadə olunması təklif olunur. Bu üsulun tətbiqində ikinci ən böyük çətinlik o zaman yaranır ki, diferensial tənliyin tərtibi birdən böyük olsun və tənliyin sağ tərəfində birinci tərtib törəmə iştirak etməsin. Bu zaman adətən, Ştermer tipli üsullardan istifadə edirlər. Biz burada göstərilən çətinliyi aradan qaldırmaq məqsədilə, Ştermer tipli hibrid üsulların qurulmasına üstünlük vermişik. Layihənin cari rübündə təklif olunan üsulların dəqiqlik dərəcələrinin ən böyük qiymətləri tapılmışdır. Bu qiymətlərin müqayisəsi göstərmişdir ki, üsulun dayanıqlı olmasından asılı olaraq, onun dəqiqlik dərəcəsi müxtəlif formalarda təyin oluna bilər. Burada bir neçə sadə hibrid üsullar qurulmuş və onlar məlum üsullarla müqayisə olunmuşdur. Məsələn, məlumdur ki, sabit əmsallı çoxaddımlı üsullar dayanıqlıdırsa, onda onun tərtibi $k=1$ olarsa, üsulun dəqiqliyinin ən böyük qiyməti 2-yə bərabər olacaqdır. Əgər biz $k=1$ halında hibrid üsul

qursaq, onda görürük ki, bu üsulun dəqiqlik dərəcəsi 4-ə bərabərdir. Yəni, məlum üsullara nisbətən daha dəqiqdir. Sabit əmsallı çoxaddımlı üsulların dəqiqlik dərəcəsinin ən böyük qiymətini aldıqda uyğun üsul qeyri-aşkar üsul olur. Və bu üsulların tətbiqi zamanı qeyri-xətti cəbri tənliklərin həlli məsələsi aktuallaşır. Bunu nəzərə alaraq, cari rübdə qurulan üsulların istifadəsi üçün xüsusi struktura malik proqnoz-korreksiya üsulu qurulur. Beləliklə, alırıq ki, layihənin bu rübündə qurulan üsullar və onların tədqiqi tam yenidir.

4 Layihənin yerinə yetirilməsi zamanı istifadə olunan üsul və yanaşmalar
(burada doldurmalı)

Layihənin cari rübündə aparılan tədqiqatların müasir tələblərə cavab verməsi məqsədilə, məlum sabit əmsallı çoxaddımlı üsullara nisbətən daha dəqiq olan hibrid üsulların qurulmasına üstünlük verilmişdir. Hibrid üsulların ən sadə forması mərkəzi fərqlər üsuludur. Bu üsulun bir çox yaxşı cəhətləri vardır. Belə ki, mərkəzi fərqlər üsulu bir addımlı üsullar sinfinə daxildir və digər məlum üsullardan onunla fərqlənir ki, bu üsul kəsr addımlı üsul kimi təqdim olunur. Bir çox alimlər bu üsulun yaxşı cəhətlərini görmüş və onun ümumiləşməsinə baxmışdır. Belə ki, bu üsulun ümumiləşməsi nəticəsində hibrid üsullar meydana çıxmışdır. Hibrid üsulların müsbət cəhətləri bir çox alimlər tərəfindən təsdiq olunduğundan, burada hibrid üsulların qurulmasına üstünlük verilmiş, bu üsullar tədqiq olunmuş və dayanıqlı hibrid üsulların dəqiqlik dərəcələrinin ən böyük qiyməti tapılmışdır. Qeyd edək ki, ədədi üsulların tədqiqində bu üsulların dəqiqlik dərəcələrinin tapılması əsas məsələlərdən biridir. Cari rübdə qurulan üsulların məlum üsullarla müqayisəsi məqsədlə, kəsr addımlı üsullar qurulmuş və onlar Gauss üsulları ilə müqayisə olunaraq üstün cəhətləri göstərilmişdir.

Göründüyü kimi, layihənin bu mərhələsində nəzərdə tutulan işlərin yerinə yetirilməsi üçün tam yeni üsullar qurulmuş və onların müqayisəsi üçün yeni yanaşmalar təklif olunmuşdur. Buradan alırıq ki, layihənin bu mərhələsində baxılmış üsullar və yanaşmalar tam yenidir.

5 Layihə üzrə elmi nəşrlər (məqalələr, monoqrafiyalar, icmalar, konfrans materialları, tezislər) (dərç olunmuş, çapa qəbul olunmuş və çapa göndərilmişləri ayrılıqda qeyd etməklə) (surətlərini əlavə etməli!)
(burada doldurmalı)

6	İxtira və patentlər, səmərələşdirici təkliflər (burada doldurulmalı)
7	Layihə üzrə ezamiyyətlər (burada doldurulmalı)
8	Layihə üzrə elmi ekspedisiyalarda iştirak (burada doldurulmalı)
9	Layihə üzrə digər tədbirlərdə iştirak (burada doldurulmalı)
10	Layihə mövzusu üzrə elmi məruzələr (seminarlar, konfranslar, dəyirmi masalar və s. çıxışlar) (burada doldurulmalı)
11	Layihə üzrə əldə olunmuş cihaz, avadanlıq və qurğular, mal və materiallar (burada doldurulmalı)
12	Yerli həmkarlarla əlaqələr (burada doldurulmalı)
13	Xarici həmkarlarla əlaqələr (burada doldurulmalı)
14	Layihə mövzusu üzrə kadr hazırlığı (burada doldurulmalı)
15	Sərgilərdə iştirak (burada doldurulmalı)
16	Təcrübəartırmada iştirak və təcrübə mübadiləsi (burada doldurulmalı)
17	Layihə mövzusu ilə bağlı elmi-kütləvi nəşrlər, kütləvi informasiya vasitələrində çıxışlar, yeni yaradılmış internet səhifələri və s. (burada doldurulmalı)

Layihə rəhbərinin imzası _____ İbrahimov Vaqif Rza oğlu

Tarix _____

QEYD: bütün hallarda uyğun olan bəndlər doldurulmalıdır.

